



مجموعه تست مثلثات ۲

۱ مقدار $\tan 195^\circ - \tan 105^\circ$ برابر کدام است؟

۴ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

$2\sqrt{3}$ (۲)

۲ (۱)

۲ اگر $f(x) = 2x^2 - 1$ باشد تابع $(f \circ f)(\cos x)$ برابر کدام است؟

$\cos 4x$ (۴)

$\sin 4x$ (۳)

$\cos^4 x$ (۲)

$\sin^4 x$ (۱)

۳ اگر $\cot 20^\circ = \frac{8}{3}$ باشد حاصل $\frac{2 \sin 25^\circ - \cos 16^\circ}{\sin 16^\circ + 3 \cos 70^\circ - \sin 110^\circ}$ برابر کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲)

-۳ (۱)

۴ اگر $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ باشد مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟

$-\frac{4}{9}$ (۴)

$-\frac{5}{9}$ (۳)

$\frac{4}{9}$ (۲)

$\frac{5}{9}$ (۱)

۵ اگر $\tan 25^\circ = 0.48$ باشد عبارت $\frac{\sin 155^\circ - 3 \cos 245^\circ}{\cos 295^\circ - 2 \sin 65^\circ}$ کدام است؟

$-\frac{26}{19}$ (۴)

$-\frac{24}{19}$ (۳)

$-\frac{13}{19}$ (۲)

$-\frac{12}{19}$ (۱)

۶ اگر $3 \sin x - 4 \cos x = 5$ باشد، حاصل $\cos 2x$ کدام است؟

0.28 (۴)

0.8 (۳)

0.6 (۲)

$-\frac{\sqrt{3}}{10}$ (۱)

۷ اگر $\tan\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = 2$ باشد، حاصل $\cos 2x$ کدام است؟

1.4 (۴)

1.2 (۳)

0.6 (۲)

0.8 (۱)

۸ حاصل $\cot^2 15^\circ - \tan^2 15^\circ$ کدام است؟

$4\sqrt{3}$ (۴)

$8\sqrt{3}$ (۳)

$\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (۲)

$\frac{8\sqrt{3}}{3}$ (۱)

۹ اگر $\cot x = 1 + \tan x$ حاصل $\tan 2x$ کدام است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۱۰ با فرض $\tan 22^\circ = \frac{2}{5}$ ، حاصل عبارت $\frac{\sin(-112^\circ) + \sin 158^\circ}{\cos(202^\circ)}$ کدام است؟

$\frac{2}{5}$ (۴)

$\frac{3}{5}$ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۱۱ اگر $\tan \theta = 0.2$ باشد، مقدار $\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(3\pi + \theta)}$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

1.2 (۲)

-۲ (۱)



۱۲) اگر انتهای کمان α ، β در یک ناحیهی مثلثاتی باشند و $\sin 2\alpha$ ، $\cot(-\beta) \sin \beta$ هر دو منفی باشند. آنگاه انتهای کمانهای α ، β در کدام ناحیهی دایرهی مثلثاتی قرار دارد؟

اول ۱) دوم ۲) سوم ۳) چهارم ۴)

۱۳) حاصل عبارت $(1 - 2\sin^2 \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2})$ به ازای $x = \frac{\pi}{12}$ چقدر است؟

۱) $\frac{1}{8}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $-\frac{1}{4}$ ۴) $-\frac{1}{8}$

۱۴) اگر $\tan x - \cot x = 4$ باشد، حاصل $\sin 2x$ کدام است؟

۱) $\pm \frac{\sqrt{2}}{3}$ ۲) $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ ۳) $\pm \frac{\sqrt{5}}{5}$ ۴) $\pm \frac{1}{2}$

۱۵) هرگاه $\tan 15^\circ = a$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\cos 255^\circ - \cos 165^\circ}{2 \sin 75^\circ + 3 \cos 105^\circ}$ کدام است؟

۱) $\frac{1-a}{2-3a}$ ۲) $\frac{a-1}{2-3a}$ ۳) $\frac{1}{5}(a-1)$ ۴) $\frac{1}{5}(1-a)$

۱۶) اگر $\sin(x - \frac{\pi}{2}) + 2 \cos(\pi + x) = 1$ ، حاصل $\cos 2x$ کدام است؟

۱) ۰ ۲) $-\frac{1}{3}$ ۳) $-\frac{7}{9}$ ۴) -1

۱۷) حاصل عبارت $\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ}$ ، با فرض $\tan 15^\circ = \frac{1}{2}$ ، کدام است؟

۱) $-\frac{16}{9}$ ۲) $-\frac{9}{16}$ ۳) $\frac{9}{16}$ ۴) $\frac{16}{9}$

۱۸) حاصل عبارت $\frac{\sin 250^\circ + \sin 70^\circ}{\cos 560^\circ - \cos 110^\circ}$ ، با فرض $\tan 20^\circ = \frac{1}{4}$ ، کدام است؟

۱) $-\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{7}{3}$ ۴) $\frac{5}{8}$

۱۹) اگر $\tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2} = 1$ باشد، مقدار $\tan 2x$ ، کدام است؟

۱) $-\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{3}{2}$

۲۰) اگر $\sin 2\alpha < 0$ و $\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) > 0$ باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیهی مثلثاتی قرار دارد؟

اول ۱) دوم ۲) سوم ۳) چهارم ۴)

۲۱) اگر $a = \frac{\sin 55^\circ + 2 \cos 215^\circ}{3 \sin 305^\circ - \cos 325^\circ}$ باشد، آن‌گاه مقدار a کدام است؟

۱) $\tan 35^\circ$ ۲) $\tan 55^\circ$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۲۲) اگر $-\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{6}$ باشد، حدود تغییرات $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha$ کدام است؟

۱) $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ۲) $(\frac{1}{2}, 1]$ ۳) $(0, \frac{1}{2})$ ۴) $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

۲۳) اگر $\sin x - \cos x = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\cos 4x$ کدام است؟

۱) $-\frac{47}{81}$ ۲) $\frac{47}{81}$ ۳) $\frac{15}{36}$ ۴) $-\frac{15}{36}$

۲۴) عبارت $1 + \tan 10^\circ \tan 20^\circ$ با کدام گزینه برابر است؟

۱) $\frac{4}{3}$ ۲) $\frac{1}{\cos 10^\circ}$ ۳) $\frac{1}{\cos 20^\circ}$ ۴) $2 \tan 40^\circ$



(۲۵) اگر $\sin 2x + \cos 2x = -\frac{1}{5}$ باشد، مقدار $\tan x$ کدام است؟

- ① 3 یا $-\frac{1}{2}$ ② 3 یا $-\frac{1}{2}$ ③ 2 یا $-\frac{1}{3}$ ④ 2 یا $-\frac{1}{3}$

(۲۶) اگر $\sin^4 x + \frac{1}{4} = \cos^4 x$ ، حاصل $\sin^4 x$ کدام است؟

- ① $\frac{9}{16}$ ② $\frac{1}{16}$ ③ $\frac{9}{64}$ ④ $\frac{25}{64}$

(۲۷) اگر $\cot\left(\frac{x+\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\cos\left(\frac{\pi+2x}{2}\right)$ کدام است؟

- ① $-\frac{4}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $-\frac{3}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$

(۲۸) اگر $\tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2} = 3$ ، حاصل $\cos 2\alpha$ کدام است؟

- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{1}{3}$

(۲۹) اگر $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right)$ کدام است؟

- ① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{3}{8}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$

(۳۰) اگر $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)$ کدام است؟

- ① -2 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 2

(۳۱) اگر $\cot \alpha = 2$ باشد، حاصل $\frac{\sin^4 \alpha + \cos^3 \alpha \sin \alpha}{4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$ عبارت کدام است؟

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{9}{16}$ ③ $\frac{6}{7}$ ④ $\frac{2}{3}$

(۳۲) اگر زاویه θ در موقعیت استاندارد باشد، به طوری که نقطه‌ی انتهایی کمان θ دایره‌ی مثلثاتی را در نقطه‌ی $\left(\frac{1}{3}, -\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$ قطع کند، مقدار

$$A = \frac{1 + \cot^2 \theta}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right)}$$

کدام است؟

- ① 27 ② -27 ③ $\frac{27}{2}$ ④ $-\frac{27}{2}$

(۳۳) اگر مقدار $\tan 20^\circ = \frac{1}{3}$ باشد، مقدار عبارت $A = \frac{\sin 110^\circ + \cos 340^\circ}{2 \cos 110^\circ + \cos 65^\circ}$ کدام است؟

- ① $-\frac{20}{3}$ ② 5 ③ $-\frac{20}{9}$ ④ $-\frac{17}{3}$

(۳۴) اگر انتهای کمان زاویه‌ی x در ناحیه‌ی دوم دایره‌ی مثلثاتی باشد و داشته باشیم $\cos(\pi + 2x) = \frac{1}{3}$ ، مقدار $\tan x$ کدام است؟

- ① $\sqrt{3}$ ② $-\sqrt{3}$ ③ $-\sqrt{5}$ ④ $-\sqrt{2}$

(۳۵) اگر $\sin x - 2 \cos x = 0$ باشد، مقدار $\tan 2x$ کدام است؟

- ① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{4}{3}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$



۳۶) حاصل $\frac{\tan^2 x}{1 - \tan^4 x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{12}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{\sqrt{6}}{72}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{72}$ ۳) $\frac{\sqrt{6}}{24}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{24}$

۳۷) حاصل $\frac{\sin 20^\circ}{1 + \cos 20^\circ}$ کدام است؟

- ۱) $\sin 10^\circ$ ۲) $\cos 10^\circ$ ۳) $\tan 10^\circ$ ۴) $\tan 40^\circ$

۳۸) اگر $\sin 2x = \frac{4}{5}$ ، آن گاه حاصل $\cot \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2}$ کدام می تواند باشد؟

- ۱) ۲ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۴ ۴) $\frac{1}{4}$

۳۹) اگر $\tan x = \frac{4}{3}$ باشد، مقدار $\tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2}$ ، کدام است؟

- ۱) $-\frac{3}{4}$ ۲) $-\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{3}{2}$

۴۰) اگر $\sin^4(\frac{\pi}{2} + x) = \frac{1}{3} + \sin^4 x$ ، آن گاه مقدار مثبت $\tan x$ کدام است؟

- ۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{1}{4}$

۴۱) حاصل $\frac{1}{\sin 15^\circ} - \frac{1}{\cos 15^\circ}$ ، کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) $\sqrt{6}$ ۳) $2\sqrt{2}$ ۴) $2\sqrt{3}$

۴۲) اگر $\tan \alpha = \frac{2}{3}$ مقدار عبارت $\frac{\sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) + \sin(3\pi + \alpha)}{\cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha) + \cos(\alpha - \pi)}$ کدام است؟

- ۱) ۵ ۲) ۱ ۳) -۳ ۴) -۴

۴۳) اگر $\cos^4 x = 1 + \sin^4 x$ ، آنگاه حاصل $\cos x$ کدام می تواند باشد؟

- ۱) صفر ۲) -۱ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $-\frac{1}{2}$

۴۴) حاصل $\tan^4 \frac{\pi}{8} - \cot^4 \frac{\pi}{8}$ چند برابر $\sqrt{2}$ است؟

- ۱) ۱۲ ۲) -۱۲ ۳) ۲۴ ۴) -۲۴

۴۵) اگر $\cos x - \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{4 \sin x}$ ، حاصل $\sin 4x$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{2} - \sqrt{2}$ ۲) $\sqrt{2} - \frac{1}{2}$ ۳) $\sqrt{2} - 1$ ۴) $1 - \sqrt{2}$

۴۶) اگر $\sin(\pi + x) - \sin x = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل $\sin(\frac{\pi}{2} + 2x)$ کدام است؟

- ۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $-\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{7}{8}$ ۴) $-\frac{7}{8}$

۴۷) اگر $7x = \frac{\pi}{2}$ باشد، حاصل $\frac{\cos x \sin 2x \tan 3x}{\cot 4x \cos 5x \sin 6x}$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) صفر ۳) $\frac{\sqrt{3}}{7}$ ۴) $3\sqrt{2}$



۴۸ مقدار $\sin 451^\circ$ با کدام گزینه زیر برابر نیست؟

- ۱ $\cos 1^\circ$ ۲ $-\sin 269^\circ$ ۳ $\sin 631^\circ$ ۴ $\cos(-\frac{\pi}{180})$

۴۹ اگر $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ باشد، عبارت $\frac{\cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha)}{\sin \beta}$ با کدام گزینه زیر برابر است؟

- ۱ ۱ ۲ -1 ۳ $\tan \alpha$ ۴ $-\tan \alpha$

۵۰ با توجه به تساوی $\frac{\cos(\alpha - \frac{\pi}{2}) - 2 \sin(\alpha - 3\pi)}{3 \sin(\alpha - \frac{3\pi}{2})} = 2$ ، مقدار $\cot \alpha$ کدام است؟

- ۱ ۲ ۲ $\frac{1}{2}$ ۳ ۳ ۴ $\frac{1}{3}$

۵۱ اگر $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = 3$ باشد، آن گاه حاصل $\sin \theta \cos \theta$ کدام است؟

- ۱ 0.2 ۲ 0.3 ۳ 0.4 ۴ 0.5

۵۲ مقدار عبارت $\frac{2 \sin 200^\circ + \cos 290^\circ}{\sin 160^\circ + 2 \cos 70^\circ}$ کدام است؟

- ۱ $-\frac{1}{3}$ ۲ $\frac{2}{3}$ ۳ -3 ۴ ۱

۵۳ اگر $\cos \theta = -\frac{\sqrt{10}}{10}$ و انتهای کمان θ در ربع سوم دایره مثلثاتی باشد، مقدار $\tan(\frac{3\pi}{2} - \theta)$ کدام است؟

- ۱ -3 ۲ $\frac{1}{3}$ ۳ ۳ ۴ $-\frac{1}{3}$

۵۴ اگر $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\tan^3 \alpha + \cot^3 \alpha$ کدام است؟

- ۱ ۲۷ ۲ ۱۸ ۳ ۱۲ ۴ ۹

۵۵ اگر $\tan 18^\circ = \alpha$ باشد و داشته باشیم: $\frac{A \sin 108^\circ + \cos 72^\circ}{A \sin 918^\circ} = \frac{2}{3}$ ، در این صورت مقدار A کدام است؟

- ۱ $\frac{-3\alpha}{3+2\alpha}$ ۲ $\frac{3\alpha}{3-2\alpha}$ ۳ $\frac{2\alpha}{3-2\alpha}$ ۴ $\frac{2\alpha}{2-3\alpha}$

۵۶ برای $\frac{\pi}{24} < \frac{x-\pi}{3} < \frac{\pi}{18}$ داریم: $\cos 2x = 2m - 1$ ، در این صورت حدود m کدام است؟

- ۱ $(\frac{3}{4}, 1]$ ۲ $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}]$ ۳ $(\frac{3}{4}, \frac{\sqrt{2}+2}{4})$ ۴ $(0, 1]$

۵۷ هرگاه $\cos(x + 30^\circ) + \cos(2x + 60^\circ) = 0$ باشد، حاصل عبارت $\frac{1 + \tan x}{1 + \cot x}$ کدام است؟ (x در ربع اول قرار دارد).

- ۱ $\sqrt{3}$ ۲ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ۳ $2\sqrt{3}$ ۴ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۵۸ اگر $2 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x + 7 \cos^2 x = 3$ باشد، آن گاه مجموع مقادیر ممکن برای $\tan x$ کدام است؟

- ۱ -1 ۲ -3 ۳ ۱ ۴ ۳

۵۹ اگر $\frac{\tan \alpha + 1}{\tan \alpha - 1} = \frac{3}{2}$ باشد، آن گاه حاصل $\sin 2\alpha$ برابر با کدام گزینه است؟

- ۱ $\frac{12}{13}$ ۲ $-\frac{12}{13}$ ۳ $\frac{5}{13}$ ۴ $-\frac{5}{13}$

۶۰ اگر $\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} = 2$ باشد، آنگاه مقدار $\sin 2x$ کدام است؟

- ۱ 0.6 ۲ 0.8 ۳ 0.4 ۴ 0.3



۶۱ مقدار عبارت $A = \left(1 + \cos \frac{\pi}{8}\right) \left(1 + \cos \frac{7\pi}{8}\right) \left(1 + \cos \frac{3\pi}{8}\right) \left(1 + \cos \frac{5\pi}{8}\right)$ کدام است؟

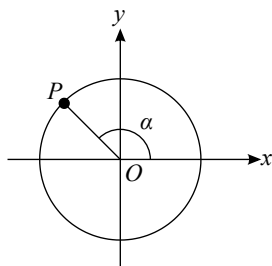
- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{16}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{8}$

۶۲ تابع $f(x) = a + b \cos x$ در بازه $[\pi, 2\pi]$ دارای بیشترین مقدار $\frac{3}{4}$ و دارای کمترین مقدار $\frac{1}{4}$ است. در این صورت $f\left(\frac{5\pi}{3}\right)$ کدام است؟

($b > 0$)

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $1 + \frac{\sqrt{3}}{4}$

۶۳ با توجه به شکل زیر اگر $P\left(-\frac{1}{3}, y\right)$ و طول OP برابر یک واحد باشد، حاصل $A = 3 \sin(\pi + \alpha) + 2 \tan^2 \alpha$ کدام است؟



- ① $16 + 2\sqrt{2}$
② $16 - 2\sqrt{2}$
③ $8 + 3\sqrt{2}$
④ $8 - 3\sqrt{2}$

۶۴ اگر $\cot 80^\circ = 2$ ، حاصل عبارت $A = \frac{\cos 260^\circ - \cos 550^\circ}{\sin 80^\circ + \sin 730^\circ}$ کدام است؟

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ ۱ ④ $\frac{1}{2}$

۶۵ حاصل عبارت $\frac{\sin(75^\circ) + \cos(-42^\circ)}{2 \tan(-315^\circ)}$ با مقدار کدام گزینه برابر است؟

- ① $\cos(210^\circ)$ ② $\sin(210^\circ)$ ③ $\cos(270^\circ)$ ④ $\sin(150^\circ)$

۶۶ اگر $\sin(\pi + x) = \frac{1}{4} + \sin(\pi - x)$ و انتهای کمان x در ناحیه سوم باشد، حاصل $\cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{\sqrt{15}}$ ② $-\frac{1}{\sqrt{15}}$ ③ $\sqrt{15}$ ④ $-\sqrt{15}$

۶۷ به ازای کدام مقدار x تساوی $\cos\left(3x + \frac{\pi}{12}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = 0$ برقرار است؟

- ① $\frac{3\pi}{8}$ ② $\frac{3\pi}{16}$ ③ $\frac{\pi}{8}$ ④ $\frac{\pi}{16}$

۶۸ اگر $\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right)} = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل $\frac{\sin(\pi - \theta) + 2 \cos(\pi + \theta)}{2 \sin(2\pi - \theta) + \cos(2\pi + \theta)}$ کدام است؟

- ① صفر ② $-\frac{5}{4}$ ③ $-\frac{4}{5}$ ④ تعریف نشده

۶۹ اگر $\cos\left(\frac{7\pi}{2} - x\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل $\sin^3 x + \cos^3 x$ کدام است؟

- ① $\frac{23}{54}$ ② $-\frac{23}{54}$ ③ $\frac{23}{27}$ ④ $-\frac{23}{27}$

۷۰ حاصل عبارت $A = \tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \tan 60^\circ + \dots + \tan 180^\circ$ کدام است؟

- ① صفر ② $\frac{2\sqrt{3}}{3} + 2\sqrt{3} + 1$ ③ -۱ ④ ۱



۷۱) اگر $\sin\left(\theta - \frac{5\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ باشد، حاصل عبارت $A = \sin^4 \theta - \cos^4 \theta + \frac{1}{1 + \tan^2 \theta}$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) -1 ۴) $-\frac{2}{3}$

۷۲) اگر $\sin x = \frac{\sqrt{6}}{4}$ باشد، مقدار $\cos 4x$ کدام است؟

- ۱) $-\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $-\frac{7}{8}$ ۴) $\frac{7}{8}$

۷۳) اگر $\cos(\pi - x) + \sin(\frac{\pi}{2} + x) < 0$ و $\tan(\frac{\pi}{2} - x) - \tan(\frac{\pi}{2} + x) > 0$ باشد، انتهای کمان x در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

- ۱) اول ۲) دوم ۳) سوم ۴) چهارم

۷۴) حاصل عبارت $\sin(-\frac{7\pi}{6}) + 2 \tan(\frac{25\pi}{4}) - 3 \cos(\frac{124\pi}{3})$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) صفر ۳) ۴ ۴) ۳

۷۵) اگر $\alpha = 75^\circ$ باشد، مقدار $\cos^3 \alpha \sin \alpha - \sin^3 \alpha \cos \alpha$ کدام است؟

- ۱) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ ۳) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ۴) $-\frac{\sqrt{3}}{8}$

۷۶) اگر $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$ ، آنگاه مقدار $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right)$ کدام است؟

- ۱) $-\frac{3}{4}$ ۲) $-\frac{3}{8}$ ۳) $\frac{3}{8}$ ۴) $\frac{3}{4}$

۷۷) اگر $1 + \sin 22^\circ = m$ باشد، $\sin^2 25^\circ$ کدام است؟

- ۱) m ۲) $\frac{m}{2}$ ۳) $2m$ ۴) $1 - m$

۷۸) حاصل عبارت $\frac{\sin 2^\circ \sin 5^\circ \sin 7^\circ}{\sin 8^\circ}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{8}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{6}$

۷۹) حاصل $\sin 15^\circ \times \cos 75^\circ - \frac{1}{2}$ کدام است؟

- ۱) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ۳) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۸۰) اگر $\sin 2\theta = a$ باشد، حاصل $1 - \cos^4 \theta - \sin^2 \theta$ کدام است؟

- ۱) $\frac{a^2}{4}$ ۲) $4a^2$ ۳) $\frac{a^2}{2}$ ۴) $2a^2$

۸۱) اگر انتهای زاویه α در ربع اول دایره مثلثاتی و $2 = \frac{\sin(\alpha + \frac{3\pi}{2}) + 2 \sin(\pi - \alpha)}{\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) + 3 \cos(2\pi + \alpha)}$ باشد، مقدار $\cos \alpha$ کدام است؟

- ۱) $\frac{4}{17}$ ۲) $\frac{4}{7}$ ۳) $\frac{4}{\sqrt{65}}$ ۴) $\frac{4}{\sqrt{13}}$

۸۲) نقطه $P(x, y)$ روی دایره مثلثاتی را نسبت به مبدأ قرینه می‌کنیم تا نقطه P' به دست آید. در این صورت کدام نسبت مثلثاتی مربوط به نقاط P و P' باهم برابر است؟ ($x, y \neq 0$)

- ۱) سینوس ۲) کسینوس ۳) تانژانت ۴) هیچ کدام



۸۳) اگر $\log(\sin \frac{4\pi}{5}) - \log(\cos 324^\circ) + \log A = 0$ باشد، A کدام می‌تواند باشد؟

- ۱) $\tan 36^\circ$ ۲) $\tan 54^\circ$ ۳) $\cot 18^\circ$ ۴) $\cot 72^\circ$

۸۴) مقدار عبارت $\sin \frac{\pi}{14} \sin \frac{3\pi}{14} \sin \frac{5\pi}{14}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{8}$ ۳) $\frac{1}{12}$ ۴) $\frac{1}{16}$

۸۵) اگر $\sin x + \cos x = \frac{5}{4}$ باشد، حاصل $\sqrt{\tan x + \cot x}$ چقدر است؟

- ۱) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ ۳) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ ۴) $\frac{3\sqrt{2}}{3}$

۸۶) اگر $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ باشد، حاصل $\sqrt{1 + \tan^2 x} (2 \sin^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 x)$ کدام است؟

- ۱) $\sin x$ ۲) $\cos x$ ۳) $-\sin x$ ۴) $-\cos x$

۸۷) حاصل عبارت $\sin(\frac{17\pi}{3}) \cos(\frac{-17\pi}{6}) + \tan(\frac{19\pi}{4}) \sin(\frac{-11\pi}{6})$ کدام است؟

- ۱) $-\frac{1}{4}$ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۸۸) اگر $\frac{\tan x - \cot x}{\cos 2x} = 5$ باشد، آنگاه حاصل $\cos(\frac{\pi}{2} + 2x)$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{5}$ ۲) $\frac{2}{5}$ ۳) $-\frac{1}{5}$ ۴) $-\frac{2}{5}$

۸۹) اگر $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\tan x}{\sqrt{1 + \tan^2 x}} (\frac{1}{\sin x} - \sin x)$ کدام است؟

- ۱) $-\cos^2 x$ ۲) $-\cos x$ ۳) $\cos^2 x$ ۴) $\cos x$

۹۰) اگر $\tan \alpha = \frac{4}{3}$ و انتهای کمان α در ربع سوم باشد، حاصل عبارت زیر کدام است؟

- ۱) $-1,23$ ۲) $-0,52$ ۳) $0,27$ ۴) $0,48$

$$\sin(\frac{9\pi}{2} + \alpha) \cos(\frac{7\pi}{2} - \alpha) - \tan(\alpha - \frac{3\pi}{2})$$

۹۱) جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\cos 3x + \cos x = 0$ با شرط $\cos x \neq 0$ کدام است؟

- ۱) $x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{3}$ ۲) $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ ۳) $x = k\pi - \frac{\pi}{4}$ ۴) $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$

۹۲) اگر $\sin 2x - \cos 2x = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل عبارت $A = \frac{\cos 2x}{\tan x + \cot x}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{4}{9}$ ۲) $\frac{5}{36}$ ۳) $\frac{1}{36}$ ۴) $-\frac{\sqrt{2}}{3}$

۹۳) حاصل $\sin^3 \frac{\pi}{12} + \cos^3 \frac{\pi}{12}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{3\sqrt{6}}{8}$ ۲) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ ۳) $\frac{3\sqrt{6}}{16}$ ۴) $\frac{5\sqrt{2}}{8}$



پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

می دانیم: $\tan a + \cot a = \frac{2}{\sin 2a}$

$$\tan 195 - \tan 105 = \tan(\pi + 15) - \tan\left(\frac{\pi}{2} + 15\right) = \tan 15 + \cot 15 = \frac{2}{\sin 30} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

می دانیم: $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$

$$f \circ f(\cos x) = f(f(\cos x)) = f(2 \cos^2 x - 1) = f(\cos 2x) = 2 \cos^2 2x - 1 = \cos 4x$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳ تمام زاویه ها را بر حسب 20° می نویسیم.

$$\begin{aligned} \frac{2 \sin 250^\circ - \cos 160^\circ}{\sin 160^\circ + 3 \cos 70^\circ - \sin 110^\circ} &= \frac{2 \sin\left(\frac{5\pi}{2} - 20\right) - \cos(\pi - 20)}{\sin(\pi - 20) + 3 \cos\left(\frac{\pi}{2} - 20\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} + 20\right)} \\ &= \frac{-2 \cos 20 + \cos 20}{\sin 20 + 3 \sin 20 - \cos 20} = \frac{-\cos 20}{4 \sin 20 - \cos 20} \\ \text{همه جملات را بر } \sin 20 \text{ تقسیم می کنیم} &= \frac{-\cot 20}{4 - \cot 20} = \frac{-\frac{1}{\tan 20}}{4 - \frac{1}{\tan 20}} = \frac{-\frac{1}{\tan 20}}{\frac{4 \tan 20 - 1}{\tan 20}} = -\frac{1}{4 \tan 20 - 1} \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴

می دانیم: $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2\left(\frac{2}{9}\right) - 1 = \frac{4}{9} - 1 = -\frac{5}{9}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ تمام زوایا را بر حسب 25° می نویسیم.

$$\begin{aligned} \frac{\sin 155 - 3 \cos 245}{\cos 295 - 2 \sin 65} &= \frac{\sin(\pi - 25) - 3 \cos\left(\frac{5\pi}{2} - 25\right)}{\cos\left(\frac{5\pi}{2} + 25\right) - 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - 25\right)} = \frac{\sin 25 + 3 \sin 25}{\sin 25 - 2 \cos 25} = \frac{4 \sin 25}{\sin 25 - 2 \cos 25} \\ \text{صورت و مخرج کسر را بر } \cos 25 \text{ تقسیم می کنیم} &= \frac{4 \tan 25}{\tan 25 - 2} = \frac{4(0.48)}{0.48 - 2} = \frac{1.92}{-1.52} = -\frac{192}{152} = -\frac{24}{19} \end{aligned}$$

می دانیم: $\cos 2a = \frac{1 - \tan^2 a}{1 + \tan^2 a}$ و $\sin 2a = \frac{2 \tan a}{1 + \tan^2 a}$

$$\begin{aligned} 3 \sin x - 4 \cos x &= 5 \Rightarrow 3\left(\frac{2 \tan \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}}\right) - 4\left(\frac{1 - \tan^2 \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}}\right) = 5 \\ \times (1 + \tan^2 \frac{x}{2}) &\rightarrow 6 \tan \frac{x}{2} - 4(1 - \tan^2 \frac{x}{2}) = 5(1 + \tan^2 \frac{x}{2}) \\ \rightarrow \tan^2 \frac{x}{2} - 6 \tan \frac{x}{2} + 9 &= 0 \rightarrow \left(\tan \frac{x}{2} - 3\right)^2 = 0 \rightarrow \tan \frac{x}{2} - 3 = 0 \rightarrow \tan \frac{x}{2} = 3 \\ \tan x &= \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{1 - \tan^2 \frac{x}{2}} = \frac{2(3)}{1 - 9} = -\frac{3}{4} \\ \cos 2x &= \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \frac{1 - \frac{9}{16}}{1 + \frac{9}{16}} = \frac{\frac{7}{16}}{\frac{25}{16}} = \frac{7}{25} = 0.28 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷

$$\tan\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = -\cot x \Rightarrow -\cot x = 2 \Rightarrow \cot x = -2 \Rightarrow \tan x = -\frac{1}{2}$$



$$\cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = \frac{4}{5}$$

$$\cos^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = \frac{4}{5} - 1 = -\frac{1}{5} = -\frac{3}{5}$$

اول از اتحاد مزدوج و سپس از روابط $\cot x - \tan x = 2 \cot 2x$ و $\tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x}$ استفاده می‌کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$\begin{aligned} \cot^2 15^\circ - \tan^2 15^\circ &= (\cot 15^\circ - \tan 15^\circ)(\cot 15^\circ + \tan 15^\circ) = 2 \cot 2(15^\circ) \times \frac{2}{\sin 2(15^\circ)} \\ &= 2 \cot 30^\circ \times \frac{2}{\sin 30^\circ} = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{3} \times 4 = 8\sqrt{3} \end{aligned}$$

می‌دانیم: $\cot x - \tan x = 2 \cot 2x$ ۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$\cot x - \tan x = 1 \Rightarrow 2 \cot 2x = 1 \Rightarrow \cot 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \tan 2x = 2$$

داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$\begin{aligned} \begin{cases} \sin(-112^\circ) = -\sin 112^\circ = -\sin(90^\circ + 22^\circ) = -\cos 22^\circ \\ \sin 158^\circ = \sin(180^\circ - 22^\circ) = \sin 22^\circ \\ \cos 202^\circ = \cos(180^\circ + 22^\circ) = -\cos 22^\circ \end{cases} \\ \Rightarrow \frac{\sin(-112^\circ) + \sin 158^\circ}{\cos 202^\circ} = \frac{-\cos 22^\circ + \sin 22^\circ}{-\cos 22^\circ} = \frac{-\cos 22^\circ}{-\cos 22^\circ} + \frac{\sin 22^\circ}{-\cos 22^\circ} \\ = 1 - \tan 22^\circ = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

$$\tan \theta = \frac{1}{5} \Rightarrow \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = 5$$

$$\frac{\cos(\frac{3\pi}{4} + \theta) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(3\pi + \theta)} = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta + \sin \theta} \xrightarrow{\text{جملات را تقسیم بر } \sin \theta} \frac{1 + \cot \theta}{1 + 1} = \frac{6}{2} = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

(سینوس و کسینوس باید هم علامت باشند چون ضربشان مثبت شده است) ناحیه‌ی دوم یا چهارم $\Rightarrow \alpha \in$

$$\cot(-\beta) \sin \beta < 0 \Rightarrow \frac{-\cos \beta}{\sin \beta} \sin \beta < 0 \Rightarrow \cos \beta > 0 \Rightarrow \beta \in \text{ناحیه‌ی اول یا چهارم}$$

از اشتراک جواب‌های بالا داریم:

$$\Rightarrow \alpha, \beta \in \text{ناحیه‌ی چهارم}$$

با توجه به فرمول‌های 2α داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$\begin{cases} \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha \xrightarrow{\alpha = \frac{x}{2}} \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \sin x \\ \cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \xrightarrow{\alpha = \frac{x}{2}} \cos x = 1 - 2 \sin^2 \frac{x}{2} \end{cases}$$

لذا داریم:

$$\begin{aligned} \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} (2 \sin^2 \frac{x}{2} - 1) &= \frac{1}{2} \sin x (-\cos x) = -\frac{1}{2} \underbrace{\sin x \cos x}_{\frac{1}{2} \sin 2x} \\ &= -\frac{1}{4} \sin 2x \xrightarrow{x = \frac{\pi}{12}} -\frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{8} \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

می‌دانیم: $\cot a - \tan a = 2 \cot 2a$

$$\tan x - \cot x = 4 \Rightarrow -2 \cot 2x = 4 \Rightarrow \cot 2x = -2$$

حال به کمک رابطه‌ی $1 + \cot^2 u = \frac{1}{\sin^2 u}$ حاصل $\sin 2x$ را می‌یابیم:

$$1 + \cot^2 2x = \frac{1}{\sin^2 2x} \xrightarrow{\cot 2x = -2} 5 = \frac{1}{\sin^2 2x} \Rightarrow \sin^2 2x = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin 2x = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

$$\frac{\cos 255^\circ - \cos 165^\circ}{2 \sin 75^\circ + 3 \cos 105^\circ} = \frac{\cos(270^\circ - 15^\circ) - \cos(180^\circ - 15^\circ)}{2 \sin(90^\circ - 15^\circ) + 3 \cos(90^\circ + 15^\circ)} = \frac{-\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{2 \cos 15^\circ - 3 \sin 15^\circ}$$



$$\frac{\div \cos 15^\circ}{\frac{-\tan 15^\circ + 1}{2 - 3 \tan 15^\circ}} = \frac{1 - a}{2 - 3a}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

$$\sin(x - \frac{\pi}{2}) = \sin(-(\frac{\pi}{2} - x)) = -\sin(\frac{\pi}{2} - x) = -\cos x, \cos(\pi + x) = -\cos x$$

بنابراین با جایگذاری در تساوی داده شده خواهیم داشت:

$$-\cos x - 2 \cos x = 1 \Rightarrow -3 \cos x = 1 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{3}$$

$$\cos 2x = 2(-\frac{1}{3})^2 - 1 = -\frac{7}{9}$$

حال برای محاسبه ی $\cos 2x$ از تساوی $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ کمک می گیریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷ ابتدا تمام زوایا را بر حسب 15° می نویسیم:

$$\cos 285^\circ = \cos(270^\circ + 15^\circ) = \sin 15^\circ, \sin 255^\circ = \sin(270^\circ - 15^\circ) = -\cos 15^\circ$$

$$\sin 525^\circ = \sin(540^\circ - 15^\circ) = \sin(180^\circ - 15^\circ) = \sin 15^\circ, \sin 105^\circ = \sin(90^\circ + 15^\circ) = \cos 15^\circ$$

$$\text{بنابراین داریم: } \frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ} = \frac{\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ}$$

تمام جملات را بر $\cos 15^\circ$ تقسیم می کنیم در نتیجه:

$$\frac{\tan 15^\circ + 1}{\tan 15^\circ - 1} = \frac{0.28 + 1}{0.28 - 1} = \frac{1.28}{-0.72} = \frac{-128}{72} = -\frac{16}{9}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

ابتدا تمام زوایا را بر حسب 20° می نویسیم:

$$\sin 250^\circ = \sin(270^\circ - 20^\circ) = -\cos 20^\circ, \sin 700^\circ = \sin(720^\circ - 20^\circ) = \sin(-20^\circ) = -\sin 20^\circ$$

$$\cos 560^\circ = \cos(540^\circ + 20^\circ) = \cos(180^\circ + 20^\circ) = -\cos 20^\circ, \cos 110^\circ = \cos(90^\circ + 20^\circ) = -\sin 20^\circ$$

$$\text{بنابراین داریم: } \frac{\sin 250^\circ + \sin 700^\circ}{\cos 560^\circ - \cos 110^\circ} = \frac{-\cos 20^\circ - \sin 20^\circ}{-\cos 20^\circ + \sin 20^\circ}$$

تمام جملات را بر $\cos 20^\circ$ تقسیم می کنیم در نتیجه:

$$\frac{-1 - \tan 20^\circ}{-1 + \tan 20^\circ} = \frac{-1 - 0.34}{-1 + 0.34} = \frac{-1.34}{-0.66} = \frac{134}{66} = \frac{67}{33}$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}, \cot a - \tan a = 2 \cot 2a$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹ می دانیم:

$$\tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2} = 1 \rightarrow \cot \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2} = -1 \rightarrow 2 \cot x = -1 \rightarrow \cot x = \frac{-1}{2} \rightarrow \tan x = -2$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} \rightarrow \tan 2x = \frac{2(-2)}{1 - 4} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

می دانیم: $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

$$\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) > 0 \rightarrow \cos \alpha > 0$$

$$\sin 2\alpha < 0 \rightarrow 2 \sin \alpha \cos \alpha < 0 \xrightarrow{\cos \alpha > 0} \sin \alpha < 0$$

در ناحیه ی چهارم دایره ی مثلثاتی، کسینوس مثبت و سینوس منفی است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

$$\cos 215^\circ = \cos(270^\circ - 55^\circ) = -\sin 55^\circ$$

$$\sin 305^\circ = \sin(360^\circ - 55^\circ) = -\sin 55^\circ$$

$$\cos 325^\circ = \cos(270^\circ + 55^\circ) = \sin 55^\circ$$

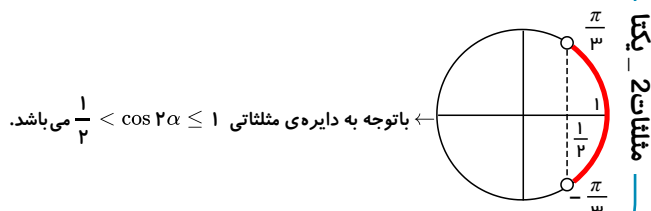
$$\text{پس: } \frac{\sin 55^\circ + 2 \cos 215^\circ}{3 \sin 305^\circ - \cos 325^\circ} = \frac{\sin 55^\circ - 2 \sin 55^\circ}{-3 \sin 55^\circ - \sin 55^\circ} = \frac{-\sin 55^\circ}{-4 \sin 55^\circ} = \frac{1}{4} = a$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲ می دانیم: $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$

$$\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = (\underbrace{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}_1)(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \cos 2\alpha$$

حال باید حدود $\cos 2\alpha$ را پیدا کنیم.

$$-\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{6} \rightarrow -\frac{\pi}{3} < 2\alpha < \frac{\pi}{3}$$





$$(\sin a - \cos a)^2 = 1 - \sin 2a$$

$$\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

$$\sin x - \cos x = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1 - \sin 2x = \frac{1}{9} \rightarrow \sin 2x = \frac{8}{9}$$

$$\cos 4x = 1 - 2\sin^2 2x = 1 - 2\left(\frac{64}{81}\right) = 1 - \frac{128}{81} = \frac{-47}{81}$$

$$\cos 2a = \frac{1 - \tan^2 a}{1 + \tan^2 a}, \quad \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a} = \tan 2a$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴

$$1 + \tan 1^\circ \tan 2^\circ = 1 + \tan 1^\circ \cdot \frac{2 \tan 1^\circ}{1 - \tan^2 1^\circ} = 1 + \frac{2 \tan^2 1^\circ}{1 - \tan^2 1^\circ}$$

$$= \frac{1 - \tan^2 1^\circ + 2 \tan^2 1^\circ}{1 - \tan^2 1^\circ} = \frac{1 + \tan^2 1^\circ}{1 - \tan^2 1^\circ} = \frac{1}{\frac{1 - \tan^2 1^\circ}{1 + \tan^2 1^\circ}} = \frac{1}{\cos 2^\circ}$$

$$\sin 2a = \frac{2 \tan a}{1 + \tan^2 a} \text{ و } \cos 2a = \frac{1 - \tan^2 a}{1 + \tan^2 a}$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵

$$\sin 2x + \cos 2x = -\frac{1}{5} \rightarrow \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} + \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = -\frac{1}{5}$$

$$\xrightarrow{\tan x = A} \frac{2A}{1 + A^2} + \frac{1 - A^2}{1 + A^2} = -\frac{1}{5} \rightarrow \frac{2A + 1 - A^2}{1 + A^2} = -\frac{1}{5}$$

$$\rightarrow 10A + 5 - 5A^2 = -1 - A^2 \rightarrow 4A^2 - 10A - 6 = 0 \rightarrow 2A^2 - 5A - 3 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 25 + 24 = 49 \rightarrow A_1, A_2 = \frac{5 \pm 7}{4} = 3, -\frac{1}{2} \rightarrow \tan x = 3, -\frac{1}{2}$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

$$\sin^2 x + \frac{1}{4} = \cos^2 x \rightarrow \cos^2 x - \sin^2 x = \frac{1}{4} \rightarrow (\cos^2 x + \sin^2 x)(\cos^2 x - \sin^2 x) = \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow \cos 2x = \frac{1}{4}$$

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x \rightarrow \frac{1}{4} = 1 - 2\sin^2 x \rightarrow 2\sin^2 x = \frac{3}{4} \rightarrow \sin^2 x = \frac{3}{8} \rightarrow \sin^2 x = \frac{9}{64}$$

$$\sin 2a = \frac{2 \tan a}{1 + \tan^2 a}$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷

$$\cot\left(\frac{x+\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} \rightarrow \cot\left(\frac{\pi}{2} + \frac{x}{2}\right) = \frac{1}{2} \rightarrow -\tan \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow \tan \frac{x}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\cos\left(\frac{\pi + 2x}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x = -\frac{2 \tan \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}} = -\frac{2(-\frac{1}{2})}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{5}{4}} = \frac{4}{5}$$

$$\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a, \quad \tan a + \cot a = \frac{2}{\sin 2a}$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

$$\tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2} = 3 \rightarrow \frac{2}{\sin \alpha} = 3 \rightarrow \sin \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \rightarrow \cos 2\alpha = 1 - 2\left(\frac{4}{9}\right) = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$$

$$(\sin a - \cos a)^2 = 1 - \sin 2a$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹

$$\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1 - \sin 2\alpha = \frac{1}{4} \rightarrow \sin 2\alpha = \frac{3}{4}$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right) = -\sin 2\alpha = -\frac{3}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰

$$1 + \cos u = 2 \cos^2 \frac{u}{2}$$

$$\sin u = 2 \sin \frac{u}{2} \cos \frac{u}{2}$$

می‌دانیم:



$$\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}} = \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right) = -\cot \frac{\alpha}{2} = \frac{-1}{\tan \frac{\alpha}{2}} = \frac{-1}{\frac{1}{2}} = -2$$

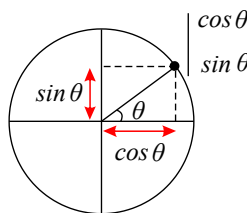
باتوجه به $2 = \cot \alpha$ یک رابطه بین $\sin \alpha$ و $\cos \alpha$ بدست می آوریم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۱)

$$\cot \alpha = 2 \Rightarrow \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 2 \xrightarrow{\sin \alpha \neq 0} \cos \alpha = 2 \sin \alpha$$

حال در صورت تست، به جای تمام $\cos \alpha$ ها، مساوی آن یعنی $2 \sin \alpha$ را قرار می دهیم.

$$\begin{aligned} \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \sin \alpha}{2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} &= \frac{\sin^2 \alpha + (2 \sin \alpha)^2 \sin \alpha}{2 \sin^2 \alpha (2 \sin \alpha)^2} \\ &= \frac{\sin^2 \alpha + 4 \sin^3 \alpha \sin \alpha}{2 \sin^2 \alpha \times 4 \sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + 4 \sin^4 \alpha}{8 \sin^4 \alpha} = \frac{1 + 4 \sin^2 \alpha}{8 \sin^2 \alpha} = \frac{9}{16} \end{aligned}$$

(۳۲) اگر زاویه θ در موقعیت استاندارد باشد، نقطه ی انتهایی کمان θ دایره ی مثلثاتی را طبق شکل مقابل در نقطه ی $\left(\frac{\cos \theta}{\sin \theta}\right)$ قطع می کند. (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۲)



پس $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ، $\cos \theta = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$ است.

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\frac{-2\sqrt{2}}{3}}{\frac{1}{3}} = -2\sqrt{2}, \quad \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = -\sin \theta = -\frac{1}{3}$$

$$A = \frac{1 + \cot^2 \theta}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right)} = \frac{1 + (-2\sqrt{2})^2}{-\frac{1}{3}} = \frac{9}{-\frac{1}{3}} = -27$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۳۳)

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sin 11^\circ + \cos 34^\circ}{2 \cos 11^\circ + \cos 65^\circ} = \frac{\sin(9^\circ + 2^\circ) + \cos(36^\circ - 2^\circ)}{2 \cos(9^\circ + 2^\circ) + \cos(36^\circ + 27^\circ + 2^\circ)} \\ &= \frac{\cos 2^\circ + \cos 2^\circ}{-2 \sin 2^\circ + \sin 2^\circ} = \frac{2 \cos 2^\circ}{-\sin 2^\circ} = -2 \cot 2^\circ = -2 \left(\frac{1}{\tan 2^\circ}\right) = \frac{-2}{\frac{1}{3}} = -6 \end{aligned}$$

می دانیم: $\tan^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{1 + \cos 2a}$ (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۴)

$$\cos(\pi + 2x) = \frac{1}{3} \rightarrow -\cos 2x = \frac{1}{3} \rightarrow \cos 2x = -\frac{1}{3}$$

$$\tan^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x} = \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{3}} = 2 \rightarrow \tan x = \pm \sqrt{2} \xrightarrow{\text{ناحیه ی دوم دایره ی مثلثاتی}} \tan x = -\sqrt{2}$$

می دانیم: $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$ (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۵)

$$\sin x - 2 \cos x = 0 \rightarrow \sin x = 2 \cos x \xrightarrow{\div \cos x} \tan x = 2$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} \rightarrow \tan 2x = \frac{2(2)}{1 - 4} = \frac{4}{-3}$$

می دانیم: $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$ ، $\sin 2a = \frac{2 \tan a}{1 + \tan^2 a}$ (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۶)

$$\begin{aligned} \frac{\tan^2 x}{1 - \tan^2 x} &= \frac{\tan^2 x}{(1 + \tan^2 x)(1 - \tan^2 x)} = \frac{\tan x}{1 + \tan^2 x} \times \frac{\tan x}{1 - \tan^2 x} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} \times \frac{1}{2} \times \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{1}{4} \sin 2x \cdot \tan 2x \xrightarrow{x = \frac{\pi}{12}} \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{6} \cdot \tan \frac{\pi}{6} \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{24} \end{aligned}$$



$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$1 + \cos 2a = 2 \cos^2 a$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۷

$$\frac{\sin 2^\circ}{1 + \cos 2^\circ} = \frac{2 \sin 1^\circ \cos 1^\circ}{2 \cos^2 1^\circ} = \frac{\sin 1^\circ}{\cos 1^\circ} = \tan 1^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸

$$\cot a - \tan a = 2 \cot 2a, \sin 2a = \frac{2 \tan a}{1 + \tan^2 a}$$

می‌دانیم:

$$\sin 2x = \frac{2}{5} \rightarrow \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} = \frac{2}{5} \rightarrow 5 + 5 \tan^2 x = 1 + \tan^2 x$$

$$\rightarrow 5 \tan^2 x - 1 = 0 \rightarrow 5 \tan^2 x - 1 = 0 \rightarrow \tan x = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\text{پس: } \begin{cases} \cot \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2} = 2 \cot x = 2 \left(\frac{1}{\tan x} \right) = 2\sqrt{5} \\ \cot \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2} = 2 \cot x = 2 \left(\frac{1}{\tan x} \right) = 2\sqrt{5} \end{cases}$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۹

$$\tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2} = -(\cot \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2}) = -2 \cot x = -2 \left(\frac{1}{\tan x} \right) = -2\sqrt{5}$$

$$\cos^2 a - \sin^2 a = \cos 2a, \cos 2a = \frac{1 - \tan^2 a}{1 + \tan^2 a}$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۰

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \frac{1}{3} + \sin^2 x \rightarrow \cos^2 x - \sin^2 x = \frac{1}{3}$$

$$\rightarrow (\cos^2 x + \sin^2 x)(\cos^2 x - \sin^2 x) = \frac{1}{3} \rightarrow \cos 2x = \frac{1}{3}$$

$$\text{از طرفی: } \cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} \rightarrow 1 + \tan^2 x = 3 - 3 \tan^2 x$$

$$\rightarrow 4 \tan^2 x = 2 \rightarrow \tan^2 x = \frac{1}{2} \rightarrow \tan x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \xrightarrow{\text{مقدار مثبت}} \tan x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a,$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۱

$$\frac{1}{\sin 15^\circ} - \frac{1}{\cos 15^\circ} = \frac{\cos 15^\circ - \sin 15^\circ}{\sin 15^\circ \cos 15^\circ} = \frac{\cos 15^\circ - \sin 15^\circ}{\frac{1}{2} \sin 30^\circ}$$

$$\rightarrow A = \frac{\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ - 2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ}{\frac{1}{16}} = \frac{1 - \sin 30^\circ}{\frac{1}{16}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{16}} = 8$$

$$\rightarrow A = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۲

$$\frac{\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(\pi + \alpha)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(\alpha - \pi)} = \frac{-\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(\pi + \alpha)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(\pi - \alpha)}$$

$$= \frac{-\cos \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} \xrightarrow{\div \cos \alpha} \frac{-1 - \tan \alpha}{\tan \alpha - 1} = \frac{-1 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{-\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}} = 3$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۳

$$\cos^2 x = 1 + \sin^2 x \rightarrow \cos^2 x - \sin^2 x = 1 \rightarrow (\cos^2 x + \sin^2 x)(\cos^2 x - \sin^2 x) = 1 \rightarrow \cos 2x = 1$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 \rightarrow 1 = 2 \cos^2 x - 1 \rightarrow 2 \cos^2 x = 2 \rightarrow \cos^2 x = 1 \rightarrow \cos x = \pm 1$$

$$\cot a + \tan a = \frac{2}{\sin 2a}, \cot a - \tan a = 2 \cot 2a, a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۴

$$\tan^2 \frac{\pi}{4} - \cot^2 \frac{\pi}{4} = (\tan^2 \frac{\pi}{4} + \cot^2 \frac{\pi}{4})(\tan^2 \frac{\pi}{4} - \cot^2 \frac{\pi}{4})$$



$$\begin{aligned}
 &= ((\tan \frac{\pi}{\lambda} + \cot \frac{\pi}{\lambda})^2 - \underbrace{2 \tan \frac{\pi}{\lambda} \cot \frac{\pi}{\lambda}}_{=2}) (\tan \frac{\pi}{\lambda} + \cot \frac{\pi}{\lambda}) (\tan \frac{\pi}{\lambda} - \cot \frac{\pi}{\lambda}) \\
 &= ((\frac{2}{\sin \frac{\pi}{\lambda}})^2 - 2) (\frac{2}{\sin \frac{\pi}{\lambda}}) (-2 \cot \frac{\pi}{\lambda}) \\
 &= ((\frac{2}{\sqrt{2}})^2 - 2) (\frac{2}{\sqrt{2}}) (-2(1)) = (2 - 2) (\frac{2}{\sqrt{2}}) (-2) = \frac{-4\lambda}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -2\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

که جواب حاصل ۲۴- برابر $\sqrt{2}$ است.

$$\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a, \sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۵

$$\begin{aligned}
 \cos x - \sin x &= \frac{-\sqrt{2}}{2 \sin x} \rightarrow \sin x \cos x - \sin^2 x = \frac{-\sqrt{2}}{2} \\
 \rightarrow \frac{1}{2} \sin 2x - \frac{(1 - \cos 2x)}{2} &= \frac{-\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{\times 2} \sin 2x - 1 + \cos 2x = \frac{-\sqrt{2}}{2} \\
 \rightarrow \sin 2x + \cos 2x &= 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{\text{توان}} \underbrace{\sin^2 2x + \cos^2 2x}_{=1} + \underbrace{2 \sin 2x \cos 2x}_{=2 \sin 4x} = 1 + \frac{1}{2} - \sqrt{2} \\
 \rightarrow 1 + \sin 4x &= \frac{3}{2} - \sqrt{2} \rightarrow \sin 4x = \frac{1}{2} - \sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a, \sin(\frac{\pi}{2} + a) = \cos a$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۶

$$\begin{aligned}
 \sin(\pi + x) - \sin x &= \frac{1}{2} \Rightarrow -\sin x - \sin x = \frac{1}{2} \\
 \Rightarrow -2 \sin x &= \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

از طرفی $\sin(\frac{\pi}{2} + 2x) = \cos 2x$ و با کمک فرمول $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$ حاصل عبارت خواسته شده را می‌یابیم:

$$\cos 2x = 1 - 2(-\frac{1}{4})^2 = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

اگر دو زاویه α و β متمم باشند، داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۷

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \cos \beta, \cos \alpha = \sin \beta \\ \tan \alpha = \cot \beta, \cot \alpha = \tan \beta \end{cases}$$

چون $7x = \frac{\pi}{2}$ داریم:

$$x + 6x = 7x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos x = \sin 6x$$

$$2x + 5x = 7x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin 2x = \cos 5x$$

$$3x + 4x = 7x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan 3x = \cot 4x$$

$$\frac{\cos x \sin 2x \tan 3x}{\cot 4x \cos 5x \sin 6x} = \frac{\sin 6x \cos 5x \cot 4x}{\cot 4x \cos 5x \sin 6x} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۸

$$\sin 451^\circ = \sin(360^\circ + 91^\circ) = \sin 91^\circ = \sin(90^\circ + 1^\circ) = \cos 1^\circ$$

حال گزینه ۲، ۳ و ۴ را بررسی می‌کنیم:

$$2 - \sin 269^\circ = -\sin(270^\circ - 1^\circ) = \cos 1^\circ$$

$$3 \sin 631^\circ = \sin(360^\circ + 180^\circ + 90^\circ + 1^\circ) = \sin(180^\circ + 90^\circ + 1^\circ) = -\sin(90^\circ + 1^\circ) = -\cos 1^\circ$$

$$4 \cos(-\frac{\pi}{180}) = \cos(-1^\circ) = \cos 1^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۹

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$$

$$\frac{\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)}{\sin \beta} = \frac{-\sin \alpha}{\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)} = \frac{-\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\tan \alpha$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۵۰

$$\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\sin(\alpha - 3\pi) = -\sin(3\pi + \pi - \alpha) = -\sin(\pi - \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = -\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\frac{\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) - 2\sin(\alpha - 3\pi)}{2\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)} = 2 \Rightarrow \frac{\sin \alpha - 2(-\sin \alpha)}{2\cos \alpha} = 2 \Rightarrow \frac{3\sin \alpha}{2\cos \alpha} = 2$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = 2 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a, \quad \sin 2a = \frac{2 \tan a}{1 + \tan^2 a}$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۱

$$\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = 2 \Rightarrow \sin \theta + \cos \theta = 2 \sin \theta - 2 \cos \theta \rightarrow 2 \cos \theta = \sin \theta \rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 2$$

$$\rightarrow \tan \theta = 2$$

$$\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta = \frac{1}{2} \times \frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1 + 4} = \frac{2}{5} = 0,4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۲

$$\frac{2 \sin 20^\circ + \cos 290^\circ}{\sin 160^\circ + 2 \cos 70^\circ} = \frac{2 \sin(180^\circ + 20^\circ) + \cos(270^\circ + 20^\circ)}{\sin(180^\circ - 20^\circ) + 2 \cos(90^\circ - 20^\circ)}$$

$$= \frac{-2 \sin 20^\circ + \sin 20^\circ}{\sin 20^\circ + 2 \sin 20^\circ} = \frac{-\sin 20^\circ}{3 \sin 20^\circ} = -\frac{1}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۳

می‌دانیم که $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = \cot \theta$ است.

$$\cos \theta = -\frac{\sqrt{10}}{10} \Rightarrow \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \frac{10}{100} = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10} \Rightarrow \sin \theta = \pm \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$\xrightarrow{\text{ناحیه سوم}} \sin \theta = \frac{-3\sqrt{10}}{10}$$

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{-\frac{\sqrt{10}}{10}}{\frac{-3\sqrt{10}}{10}} = \frac{1}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۴

می‌دانیم $\sin^6 a + \cos^6 a = 1 - 3 \sin^2 a \cos^2 a$.

$$\tan^3 \alpha + \cot^3 \alpha = \frac{\sin^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} + \frac{\cos^3 \alpha}{\sin^3 \alpha} = \frac{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha}{\sin^3 \alpha \cos^3 \alpha} = \frac{1 - 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{(\sin \alpha \cos \alpha)^3}$$

$$= \frac{1 - 3\left(\frac{1}{3}\right)^2}{\left(\frac{1}{3}\right)^3} = \frac{1 - \frac{1}{3}}{\frac{1}{27}} = 27\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 27 - 9 = 18$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۵

$$\frac{A \sin 108^\circ + \cos 72^\circ}{A \sin 918^\circ} = \frac{A \sin(90^\circ + 18^\circ) + \cos(90^\circ - 18^\circ)}{A \sin(72^\circ + 198^\circ)}$$

$$= \frac{A \cos 18^\circ + \sin 18^\circ}{A \sin 198^\circ} = \frac{A \cos 18^\circ + \sin 18^\circ}{A \sin(180^\circ + 18^\circ)} = \frac{A \cos 18^\circ + \sin 18^\circ}{-A \sin 18^\circ}$$

$$= \frac{A \cos 18^\circ}{-A \sin 18^\circ} + \frac{\sin 18^\circ}{-A \sin 18^\circ} = -\cot 18^\circ - \frac{1}{A} = \frac{2}{3}$$

$$\rightarrow -\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{A} = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{1}{A} = -\frac{1}{\alpha} - \frac{2}{3} \rightarrow \frac{1}{A} = \frac{-3 - 2\alpha}{3\alpha}$$

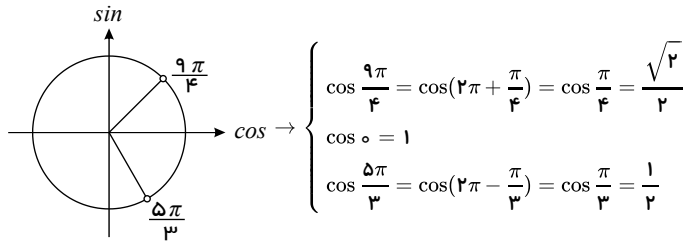
$$\rightarrow A = \frac{3\alpha}{-3 - 2\alpha} = \frac{-3\alpha}{3 + 2\alpha}$$



۵۶ با به دست آوردن محدوده $2x$ داریم: ۱ ۲ ۳ ۴

$$-\frac{\pi}{18} < \frac{x-\pi}{3} < \frac{\pi}{24} \xrightarrow{\times 3} -\frac{\pi}{6} < x-\pi < \frac{\pi}{8}$$

$$\xrightarrow{+\pi} \frac{5\pi}{6} < x < \frac{9\pi}{8} \xrightarrow{\times 2} \frac{5\pi}{3} < 2x < \frac{9\pi}{4}$$



در این بازه، $\cos 2x$ هریک از مقادیر بازه $[\frac{1}{2}, 1]$ را می تواند اختیار کند.

یعنی: $\frac{1}{2} < \cos 2x \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < 2m - 1 \leq 1 \Rightarrow \frac{3}{4} < m \leq 1$

۵۷ اگر $\alpha + \beta = \pi$ باشد آن گاه $\cos \alpha + \cos \beta = 0$ است پس: ۱ ۲ ۳ ۴

$$(x + 3^\circ) + (2x + 6^\circ) = 180^\circ \Rightarrow 3x = 90^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$$

آن گاه:

$$\frac{1 + \tan 30^\circ}{1 + \cot 30^\circ} = \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{\frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3}}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)}{\sqrt{3}(1 + \sqrt{3})} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

۵۸ می دانیم که $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$ است. ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا طرفین تساوی را بر $\cos^2 x$ تقسیم می کنیم:

$$\frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{\sin x}{\cos x} + 1 = \frac{3}{\cos^2 x} \Rightarrow 2 \tan^2 x - 3 \tan x + 1 = 3(1 + \tan^2 x)$$

$$\Rightarrow \tan^2 x + 3 \tan x - 4 = 0 \xrightarrow{\text{جمع ضرایب صفر}} \begin{cases} \tan x = 1 \\ \tan x = \frac{c}{a} = -4 \end{cases}$$

$$\tan x \text{ برای } 1 + (-4) = -3$$

۵۹ می دانیم که $\frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \sin 2\alpha$ است. ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{\tan \alpha + 1}{\tan \alpha - 1} = \frac{3}{2} \rightarrow 2 \tan \alpha - 3 = 2 \tan \alpha + 2 \rightarrow \tan \alpha = 5$$

$$\text{پس: } \sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{10}{1 + 25} = \frac{10}{26} = \frac{5}{13}$$

۶۰ می دانیم که $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$ و $1 + \cos 2a = 2 \cos^2 a$ است. ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} = 2 \rightarrow \frac{2 \sin x \cos x}{2 \cos^2 x} = 2 \rightarrow \tan x = 2$$

توجه کنید چون $1 + \cos 2x \geq 0$ است و جواب کسر برابر ۲ شده است بنابراین $\sin 2x > 0$ است.

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \rightarrow 1 + 4 = \frac{1}{\cos^2 x} \rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{5}$$

می دانیم که $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$ است.

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = 2\left(\frac{1}{5}\right) - 1 = -\frac{3}{5}$$

$$\text{از طرفی: } \sin^2 2x = 1 - \cos^2 2x = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \rightarrow \sin 2x = \pm \frac{4}{5} \xrightarrow{\sin 2x > 0} \sin x = \frac{4}{5} = 0.8$$

۶۱ ۱ ۲ ۳ ۴

می دانیم $\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a$ است.

$$A = \left(1 + \cos \frac{\pi}{8}\right) \left(1 + \cos\left(\pi - \frac{\pi}{8}\right)\right) \left(1 + \cos \frac{3\pi}{8}\right) \left(1 + \cos\left(\pi - \frac{3\pi}{8}\right)\right)$$

$$A = \left(1 + \cos \frac{\pi}{8}\right) \left(1 - \cos \frac{\pi}{8}\right) \left(1 + \cos \frac{3\pi}{8}\right) \left(1 - \cos \frac{3\pi}{8}\right) = \left(1 - \cos^2 \frac{\pi}{8}\right) \left(1 - \cos^2 \frac{3\pi}{8}\right)$$



$$A = \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} \sin^2 \frac{3\pi}{\lambda} = \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} \sin^2 \left(\frac{3\pi - \pi}{\lambda} \right) = \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} \sin^2 \left(\frac{\pi}{\lambda} \right) = \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} \cos^2 \frac{\pi}{\lambda}$$

$$A = \left(\sin \frac{\pi}{\lambda} \cos \frac{\pi}{\lambda} \right)^2 = \left(\frac{1}{2} \sin 2 \left(\frac{\pi}{\lambda} \right) \right)^2 = \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} = \frac{1}{4} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۲

$$\pi \leq x \leq 2\pi \rightarrow -1 \leq \cos x \leq 1 \xrightarrow{b>0} -b \leq b \cos x \leq b$$

$$\rightarrow a - b \leq a + b \cos x \leq a + b \rightarrow \begin{cases} a - b = \frac{1}{2} \\ a + b = \frac{3}{2} \end{cases} \rightarrow a = 1, b = \frac{1}{2}$$

$$\text{پس: } f(x) = 1 + \frac{1}{2} \cos x \rightarrow f\left(\frac{5\pi}{3}\right) = 1 + \frac{1}{2} \cos \frac{5\pi}{3} = 1 + \frac{1}{2} \left(2\pi - \frac{\pi}{3} \right) = 1 + \frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{3} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۳

$$x^2 + y^2 = r^2 \rightarrow \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + y^2 = 1^2 \rightarrow y^2 = \frac{8}{9} \rightarrow y = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\rightarrow \sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \quad \tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{\frac{2\sqrt{2}}{3}}{-\frac{1}{3}} \rightarrow \tan \alpha = -2\sqrt{2}$$

$$\rightarrow A = 3 \sin(\pi + \alpha) + 2 \tan^2 \alpha = 3(-\sin \alpha) + 2 \tan^2 \alpha = 3\left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) + 2(-2\sqrt{2})^2$$

$$\rightarrow A = -2\sqrt{2} + 2(8) \rightarrow A = 16 - 2\sqrt{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۴

$$\cos 260^\circ = \cos(180^\circ + 80^\circ) = -\cos 80^\circ$$

$$\cos 550^\circ = \cos(360^\circ + 190^\circ) = \cos 190^\circ = \cos(270^\circ - 80^\circ) = -\sin 80^\circ$$

$$\sin 730^\circ = \sin(2 \times 360^\circ + 10^\circ) = \sin 10^\circ = \sin(90^\circ - 80^\circ) = \cos 80^\circ$$

$$\text{پس: } A = \frac{-\cos 80^\circ - (-\sin 80^\circ)}{\sin 80^\circ + \cos 80^\circ} = \frac{-\frac{\cos 80^\circ}{\sin 80^\circ} + \frac{\sin 80^\circ}{\sin 80^\circ}}{\frac{\sin 80^\circ}{\sin 80^\circ} + \frac{\cos 80^\circ}{\sin 80^\circ}} = \frac{-\cot 80^\circ + 1}{1 + \cot 80^\circ} = \frac{-\frac{1}{\tan 80^\circ} + 1}{1 + \frac{1}{\tan 80^\circ}} = \frac{\frac{-1 + \tan 80^\circ}{\tan 80^\circ}}{\frac{\tan 80^\circ + 1}{\tan 80^\circ}} = \frac{-1 + \tan 80^\circ}{\tan 80^\circ + 1} = \frac{2}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۵

$$\sin 750^\circ = \sin(2 \times 360^\circ + 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos(-420^\circ) = \cos 420^\circ = \cos(360^\circ + 60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan(-315^\circ) = -\tan(315^\circ) = -\tan(360^\circ - 45^\circ) = \tan 45^\circ = 1$$

$$\text{پس: } \frac{\sin 750^\circ + \cos(-420^\circ)}{2 \tan(-315^\circ)} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{2(1)} = \frac{1}{2}$$

$$\text{گزینه ۴: } \sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \checkmark$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۶

$$\sin(\pi + x) = \frac{1}{2} + \sin(\pi - x) \rightarrow -\sin x = \frac{1}{2} + \sin x \rightarrow -\frac{1}{2} = 2 \sin x$$

$$\rightarrow \sin x = -\frac{1}{4} \text{ و } \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \xrightarrow{\sin x = -\frac{1}{4}} 1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16} \xrightarrow{\text{ناحیه سوم}} \cos x = -\frac{\sqrt{15}}{4}$$



$$\cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\tan x = -\frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{-\frac{1}{4}}{\frac{\sqrt{15}}{4}} = -\frac{1}{\sqrt{15}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۷

$$\cos\left(3x + \frac{\pi}{12}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = 0$$

$$\text{اگر } \cos \alpha + \cos \beta = 0 \rightarrow \alpha + \beta = \pi$$

$$\Rightarrow 3x + \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{6} - x = \pi \rightarrow 2x = \pi - \frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{6} \rightarrow 2x = \frac{3\pi}{4} \rightarrow x = \frac{3\pi}{8}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۸

$$\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right)} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{-\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{1}{2} \rightarrow \cot \theta = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{\sin(\pi - \theta) + 2 \cos(\pi + \theta)}{2 \sin(2\pi - \theta) + \cos(2\pi + \theta)} = \frac{\sin \theta - 2 \cos \theta}{-2 \sin \theta + \cos \theta} = \frac{\frac{\sin \theta}{\sin \theta} - \frac{2 \cos \theta}{\sin \theta}}{\frac{-2 \sin \theta}{\sin \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta}} = \frac{1 - 2 \cot \theta}{-2 + \cot \theta}$$

$$= \frac{1 - 2\left(-\frac{1}{2}\right)}{-2 + \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{2}{-\frac{5}{2}} = -\frac{4}{5}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۹

$$\cos\left(\frac{7\pi}{2} - x\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \frac{2}{3}$$

$$\rightarrow \cos\left(2\pi + \frac{3\pi}{2} - x\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \frac{2}{3}$$

$$\rightarrow -\sin x - \cos x = \frac{2}{3} \rightarrow \sin x + \cos x = -\frac{2}{3}$$

می‌دانیم که $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$ است بنابراین نیاز به پیدا کردن $\sin x \cdot \cos x$ داریم. برای این کار عبارت آخر به دست آمده را به توان ۲ می‌رسانیم.

$$(\sin x + \cos x)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \rightarrow \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1 + 2 \sin x \cos x = \frac{4}{9}$$

$$\rightarrow 2 \sin x \cos x = -\frac{5}{9} \rightarrow \sin x \cos x = -\frac{5}{18}$$

$$\text{پس: } \sin^3 x + \cos^3 x = (\sin x + \cos x)^3 - 3 \sin x \cos x (\sin x + \cos x)$$

$$= \left(-\frac{2}{3}\right)^3 - 3\left(-\frac{5}{18}\right)\left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{8}{27} - \frac{15}{27} = -\frac{23}{27}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۰ می‌دانیم که $\tan 180^\circ = 0$ است.

$$A = \tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \tan 60^\circ + \tan 80^\circ + \tan 100^\circ + \tan 120^\circ + \tan 140^\circ + \tan 160^\circ + \cancel{\tan 180^\circ}$$

$$\rightarrow A = \tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \tan 60^\circ + \tan 80^\circ + \tan(180^\circ - 80^\circ) + \tan(180^\circ - 60^\circ)$$

$$+ \tan(180^\circ - 40^\circ) + \tan(180^\circ - 20^\circ)$$

$$\rightarrow A = \tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \tan 60^\circ + \tan 80^\circ - \tan 80^\circ - \tan 60^\circ - \tan 40^\circ - \tan 20^\circ = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۱

$$\sin\left(\theta - \frac{5\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow -\sin\left(\frac{5\pi}{2} - \theta\right) = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{2} - \theta\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$



$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$A = (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) \underbrace{(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)}_1 + \frac{1}{\frac{1}{\cos^2 \theta}} = \sin^2 \theta - \cos^2 \theta + \cos^2 \theta = \sin^2 \theta$$

$$A = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = 1 - \frac{3}{9} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۲

می‌دانیم $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a$ است.

$$\sin x = \frac{\sqrt{6}}{4} \Rightarrow \cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x = 1 - 2 \times \frac{6}{16} = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\cos 4x = \cos(2x) = 2 \cos^2 2x - 1 = 2 \times \frac{1}{16} - 1 = \frac{1}{8} - 1 = -\frac{7}{8}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۳

$$\begin{cases} 2 \cos(\pi - x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) < 0 \Rightarrow -2 \cos x + \cos x < 0 \Rightarrow -\cos x < 0 \Rightarrow \cos x > 0 \\ \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) > 0 \Rightarrow \cot x + \cot x > 0 \Rightarrow 2 \cot x > 0 \Rightarrow \cot x > 0 \end{cases}$$

فقط در ناحیه اول است که هم کسینوس و هم کتانژانت مثبت هستند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۴

$$\sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right) + 2 \tan\left(\frac{25\pi}{4}\right) - 3 \cos\left(\frac{124\pi}{3}\right) = -\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) + 2 \tan\left(\frac{25\pi}{4}\right) - 3 \cos\left(\frac{124\pi}{3}\right) = -\sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) + 2 \tan\left(6\pi + \frac{\pi}{4}\right) - 3 \cos\left(41\pi + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$= \sin \frac{\pi}{6} + 2 \tan \frac{\pi}{4} - 3 \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + 2 \times 1 + 3 \cos \frac{\pi}{3} = \frac{5}{2} + 3 \times \frac{1}{2} = 4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۵

می‌دانیم $\cos^2 a - \sin^2 a = \cos 2a$ و $\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a$ است.

$$\cos^2 \alpha \sin \alpha - \sin^2 \alpha \cos \alpha = \sin \alpha \cos \alpha (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \frac{1}{2} \sin 2\alpha \cos 2\alpha$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \sin 2(2\alpha) = \frac{1}{4} \sin 4\alpha = \frac{1}{4} \sin(4 \times 75^\circ) = \frac{1}{4} \sin(300^\circ) = \frac{1}{4} \sin(360^\circ - 60^\circ)$$

$$= \frac{1}{4} \sin(-60^\circ) = -\frac{1}{4} \sin 60^\circ = -\frac{1}{4} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{8}$$

می‌دانیم که $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - \sin 2\alpha$ است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۶

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right) = -\sin 2\alpha$$

برای محاسبه $-\sin 2\alpha$ کافی است طرفین تساوی $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$ را به توان ۲ برسانیم.

$$(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \rightarrow 1 - \sin 2\alpha = \frac{1}{4} \rightarrow -\sin 2\alpha = -\frac{3}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۷

می‌دانیم $1 - \cos a = 2 \sin^2 \frac{a}{2}$ است.

$$1 + \sin 220^\circ = m \Rightarrow 1 + \sin(180^\circ + 40^\circ) = m \Rightarrow 1 - \sin 40^\circ = m \Rightarrow 1 - \sin(90^\circ - 50^\circ) = m$$

$$\Rightarrow 1 - \cos 50^\circ = m \Rightarrow 2 \sin^2\left(\frac{50^\circ}{2}\right) = m \Rightarrow \sin^2 25^\circ = \frac{m}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۸

می‌دانیم $\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a$ است.



$$\begin{aligned} \frac{\sin 2^\circ \sin 5^\circ \sin 7^\circ}{\sin 8^\circ} &= \frac{\sin 2^\circ \sin(9^\circ - 4^\circ) \sin(9^\circ - 2^\circ)}{\sin 8^\circ} = \frac{\sin 2^\circ \cos 4^\circ \cos 2^\circ}{\sin 8^\circ} \\ &= \frac{\sin 2^\circ \cos 2^\circ \cos 4^\circ}{\sin 8^\circ} = \frac{\frac{1}{2} \sin(2 \times 2^\circ) \cos 4^\circ}{\sin 8^\circ} = \frac{\sin 4^\circ \cos 4^\circ}{2 \sin 8^\circ} = \frac{\frac{1}{2} \sin(2 \times 4^\circ)}{2 \sin 8^\circ} \\ &= \frac{\sin 8^\circ}{4 \sin 8^\circ} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۹

می‌دانیم $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$ است.

$$\begin{aligned} \sin 15^\circ \times \cos 75^\circ - \frac{1}{2} &= \sin 15^\circ \times \cos(90^\circ - 15^\circ) - \frac{1}{2} = \sin 15^\circ \sin 15^\circ - \frac{1}{2} \\ &= \sin^2 15^\circ - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} (1 - 2 \sin^2 15^\circ) = -\frac{1}{2} \cos(2 \times 15^\circ) = -\frac{1}{2} \cos 30^\circ = -\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{4} \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۰

می‌دانیم $\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a$ است.

$$\begin{aligned} 1 - \cos^r \theta - \sin^r \theta &= 1 - \sin^r \theta - \cos^r \theta = \cos^r \theta - \cos^r \theta = \cos^r \theta (1 - \cos^r \theta) = \cos^r \theta \sin^r \theta \\ &= (\sin \theta \cos \theta)^r = \left(\frac{1}{2} \sin 2\theta\right)^r = \frac{1}{2^r} \sin^r 2\theta = \frac{1}{2^r} \times a^r = \frac{a^r}{2^r} \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۱

$$\begin{aligned} \frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + 2 \sin(\pi - \alpha)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + 3 \cos(2\pi + \alpha)} &= \frac{-\cos \alpha + 2 \sin \alpha}{-\sin \alpha + 3 \cos \alpha} = 2 \\ \rightarrow -2 \sin \alpha + 6 \cos \alpha &= -\cos \alpha + 2 \sin \alpha \rightarrow -4 \sin \alpha = -4 \cos \alpha \rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{4}{4} \rightarrow \tan \alpha = \frac{4}{4} \end{aligned}$$

$$1 + \tan^r \alpha = \frac{1}{\cos^r \alpha} \rightarrow 1 + \left(\frac{4}{4}\right)^r = \frac{1}{\cos^r \alpha} \rightarrow 1 + \frac{4^r}{16} = \frac{1}{\cos^r \alpha}$$

$$\rightarrow \frac{65}{16} = \frac{1}{\cos^r \alpha} \rightarrow \cos^r \alpha = \frac{16}{65} \xrightarrow{\text{ریشه اول}} \cos \alpha = \frac{4}{\sqrt{65}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۲ اگر نقطه $P(x, y)$ را نسبت به مبدأ مختصات قرینه کنیم نقطه $P'(-x, -y)$ به دست می‌آید که در دایرهٔ مثلثاتی نقطه P' نسبت به نقطه P به اندازهٔ π رادیان اختلاف دارد و داریم:

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha, \quad \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha, \quad \tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۳

$$\sin \frac{4\pi}{5} = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{5}\right) = \sin \frac{\pi}{5} = \sin 36^\circ$$

$$\cos 324^\circ = \cos(360^\circ - 36^\circ) = \cos 36^\circ$$

$$\rightarrow \log(\sin 36^\circ) - \log(\cos 36^\circ) + \log A = 0 \rightarrow \log\left(\frac{\sin 36^\circ}{\cos 36^\circ}\right) + \log A = 0$$

$$\rightarrow \log A = -\log(\tan 36^\circ) \rightarrow \log A = \log(\tan 36^\circ)^{-1}$$

$$\rightarrow \log A = \log(\cot 36^\circ) \rightarrow \log A = \log(\tan(90^\circ - 36^\circ)) \rightarrow \log A = \log(\tan 54^\circ) \rightarrow A = \tan 54^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۴ می‌دانیم $\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a$ است.

$$\sin \frac{\pi}{14} \sin \frac{3\pi}{14} \sin \frac{5\pi}{14} = \sin \frac{\pi}{14} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{14}\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{14}\right) = \sin \frac{\pi}{14} \cos \frac{4\pi}{14} \cos \frac{2\pi}{14}$$



عبارت را در $\cos \frac{\pi}{14}$ ضرب و تقسیم می‌کنیم، بنابراین داریم:

$$\frac{\sin \frac{\pi}{14} \cos \frac{\pi}{14} \cos \frac{2\pi}{14} \cos \frac{3\pi}{14}}{\cos \frac{\pi}{14}} = \frac{\frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{14} \cos \frac{2\pi}{14} \cos \frac{3\pi}{14}}{\cos \frac{\pi}{14}} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \sin \frac{4\pi}{14} \cos \frac{3\pi}{14}}{\cos \frac{\pi}{14}}$$

$$= \frac{\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \sin \frac{8\pi}{14}}{\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{14})} = \frac{\frac{1}{8} \sin(\pi - \frac{8\pi}{14})}{\sin(\frac{6\pi}{14})} = \frac{\frac{1}{8} \sin \frac{6\pi}{14}}{\sin \frac{6\pi}{14}} = \frac{1}{8}$$

می‌دانیم $(\sin a + \cos a)^2 = 1 + \sin 2a$ و $\tan a + \cot a = \frac{2}{\sin 2a}$ است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۸۵)

$$\sin x + \cos x = \frac{5}{4} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1 + \sin 2x = \frac{25}{16} \rightarrow \sin 2x = \frac{9}{16}$$

$$\tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x} \rightarrow \tan x + \cot x = \frac{2}{\frac{9}{16}} = \frac{32}{9}$$

$$\rightarrow \sqrt{\tan x + \cot x} = \frac{\sqrt{32}}{9} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

می‌دانیم که $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ و چون $\frac{3\pi}{2} < x < \pi$ است انتهای کمان در ناحیه سوم دایره مثلثاتی است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۸۶)

$$\sqrt{1 + \tan^2 x} (2 \sin^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 x) = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} \left(2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 - \sin^2 x \right) = \frac{1}{\underbrace{|\cos x|}} (1 - \sin^2 x) = \frac{-1}{\cos x} (\cos^2 x) = -\cos x$$

هرکدام از نسبت‌های مثلثاتی داده‌شده را حساب می‌کنیم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۸۷)

$$\sin \frac{17\pi}{3} = \sin(6\pi - \frac{\pi}{3}) = \sin(-\frac{\pi}{3}) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos(-\frac{17\pi}{6}) = \cos \frac{17\pi}{6} = \cos(3\pi - \frac{\pi}{6}) = \cos(\pi - \frac{\pi}{6}) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan \frac{19\pi}{4} = \tan(5\pi - \frac{\pi}{4}) = \tan(\pi - \frac{\pi}{4}) = -\tan \frac{\pi}{4} = -1$$

$$\sin(-\frac{11\pi}{6}) = -\sin \frac{11\pi}{6} = -\sin(2\pi - \frac{\pi}{6}) = -\sin(-\frac{\pi}{6}) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\text{پس: } \sin(\frac{17\pi}{3}) \cos(-\frac{17\pi}{6}) + \tan(\frac{19\pi}{4}) \sin(-\frac{11\pi}{6}) = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + (-1) \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

می‌دانیم $\cot a - \tan a = 2 \cot 2a$ است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۸۸)

$$\frac{\tan x - \cot x}{\cos 2x} = 2 \rightarrow \frac{-2 \cot 2x}{\cos 2x} = 2 \rightarrow \frac{-2}{\sin 2x} = 2 \rightarrow \sin 2x = -\frac{2}{5}$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} + 2x) = -\sin 2x = -(-\frac{2}{5}) = \frac{2}{5}$$

می‌دانیم که $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ و چون $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ است انتهای کمان در ناحیه دوم دایره مثلثاتی است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۸۹)

$$\frac{\tan x}{\sqrt{1 + \tan^2 x}} \left(\frac{1}{\sin x} - \sin x \right) = \frac{\tan x}{\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}}} \left(\frac{1 - \sin^2 x}{\sin x} \right) = \frac{\tan x}{\frac{1}{|\cos x|}} \left(\frac{\cos^2 x}{\sin x} \right) = - \left(\frac{\sin x}{\cos x} \right) (\cos x) \left(\frac{\cos^2 x}{\sin x} \right) = -\cos^2 x$$



$$\tan \alpha = \frac{4}{3} \rightarrow \begin{cases} 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow 1 + \frac{16}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{25} \xrightarrow{\text{ناحیه سوم}} \cos \alpha = -\frac{3}{5} \\ \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \xrightarrow{\text{ناحیه سوم}} \sin \alpha = -\frac{4}{5} \\ \cot \alpha = \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha = -\frac{3}{5}$$

$$\cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\left(2\pi + \frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\tan\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = -\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cot \alpha = -\frac{3}{4}$$

$$\text{پس : } \sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) \cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) - \tan\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = \left(-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{4}{5}\right) + \frac{3}{4} = -\frac{12}{25} + \frac{3}{4} = \frac{-48 + 75}{100} = \frac{27}{100} = 0,27$$

$$\cos 3x + \cos x = 0 \rightarrow \cos 3x = -\cos x \rightarrow \cos 3x = \cos(\pi - x)$$

$$\xrightarrow{\cos x = \cos \alpha \rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha} \begin{cases} 3x = 2k\pi + \pi - x \rightarrow 4x = 2k\pi + \pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\ 3x = 2k\pi - \pi + x \rightarrow 2x = 2k\pi - \pi \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

توجه کنید چون $\cos x \neq 0$ است پس جواب $x = k\pi - \frac{\pi}{2}$ قابل قبول نمی باشد.

$$\text{می دانیم } \frac{2}{\sin 2a} (\sin a - \cos a)^2 = 1 - \sin 2a \text{ و } \tan a + \cot a = \frac{2}{\sin 2a} \text{ است. } ۱ ۲ ۳ ۴ ۹۲$$

$$\sin 2x - \cos 2x = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{توان ۲}} (\sin 2x - \cos 2x)^2 = \frac{4}{9} \rightarrow 1 - \sin 4x = \frac{4}{9} \rightarrow \sin 4x = \frac{5}{9}$$

$$A = \frac{\cos 2x}{\tan x + \cot x} = \frac{\cos 2x}{\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}} = \frac{\cos 2x}{\frac{\sin x + \cos x}{\sin x \cos x}} = \frac{\cos 2x \sin x \cos x}{\sin x + \cos x} = \frac{1}{2} \sin 2x \cos 2x = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \sin 4x\right) = \frac{1}{4} \sin 4x = \frac{1}{4} \times \frac{5}{9} = \frac{5}{36}$$

$$\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a \text{ و } a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) \text{ می دانیم } ۱ ۲ ۳ ۴ ۹۳$$

$$\sin^3 \frac{\pi}{12} + \cos^3 \frac{\pi}{12} = \left(\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}\right)^3 - \underbrace{3 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}}_{\frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{6}} \left(\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}\right) = \left(\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}\right)^3 - \frac{3}{2} \sin \frac{\pi}{6} \left(\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}\right)$$

$$= \left(\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}\right)^3 - \frac{3}{2} \left(\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}\right) *$$

اکنون باید $\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}$ را حساب کنیم.

$$\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12} = A \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1 + \sin \frac{\pi}{6} = A^2$$

$(\sin a + \cos a)^2 = 1 + \sin 2a$

$$\rightarrow A^2 = \frac{3}{2} \rightarrow A = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2} \rightarrow \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^3 - \frac{3}{2} \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right) = \frac{6\sqrt{6}}{8} - \frac{3\sqrt{6}}{2} = \frac{3\sqrt{6}}{8} - \frac{12\sqrt{6}}{8} = -\frac{9\sqrt{6}}{8}$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴

۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴

۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴

۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴